

# Što je istina, a što samo privid?

## 1. UVOD

Stvara li matematika iluziju ili iluzija razotkriva matematiku? Ovo pitanje otvara prostor za promišljanje o odnosu između onoga što vidimo i onoga što možemo dokazati. U geometriji se često oslanjamo na crteže i vizualni dojam, no takav pristup može dovesti do pogrešnih zaključaka jer ljudska percepcija nije uvijek pouzdana.

Ljudi svakodnevno donose zaključke na temelju onoga što vide. Međutim, vizualni dojam nije uvijek pouzdan pokazatelj stvarnosti. Naša osjetila mogu biti pod utjecajem različitih optičkih i geometrijskih iluzija koje stvaraju privid nečega što zapravo nije istinito. Upravo zbog toga matematika koristi precizna pravila, mjerenja i dokaze kako bi razlikovala stvarne odnose od privida.

## 2. TEORIJSKI OKVIR

Vizualna percepcija predstavlja način na koji mozak obrađuje informacije koje prima putem osjetila vida. Geometrijske iluzije mogu uzrokovati pogrešne procjene duljina, površina i prostornih odnosa. Matematika omogućuje provjeru takvih procjena pomoću mjerenja i dokazivanja.

## 3. ISTRAŽIVAČKA PITANJA

- Mogu li učenici pravilno procijeniti duljine prikazanih odsječaka?
- Utječu li geometrijske iluzije na procjenu veličine i površine?
- Mogu li učenici razlikovati vizualni dojam od matematičke činjenice?
- Koje vrste geometrijskih iluzija najviše zavaravaju ispitanike?

## 4. HIPOTEZE

H1: Većina učenika bit će pod utjecajem barem jedne geometrijske iluzije.

H2: Učenici će uspješnije rješavati jednostavnije zadatke.

H3: Vizualni kontekst utječe na procjenu duljina i površina.

H4: Matematičko dokazivanje pomaže razlikovati istinu od privida.

## 5. METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA

Kako bi se dobio uvid u način na koji ispitanici percipiraju geometrijske prikaze, empirijski dio istraživanja proveden je metodom anketnog ispitivanja. U istraživanju je sudjelovalo 59 ispitanika, većinom učenika, koji su rješavali niz vizualnih zadataka temeljenih na geometrijskim iluzijama. Zadaci su uključivali procjenu duljina, paralelnosti pravaca, veličine

površina te odnosa u prostoru, pri čemu ispitanici nisu koristili mjerenje, već su odgovore temeljili isključivo na vizualnoj procjeni.

Kao istraživački instrument korišten je upitnik sastavljen od slikovnih prikaza geometrijskih iluzija i pratećih pitanja. Prikupljeni podaci analizirani su kvantitativno, usporedbom učestalosti pojedinih odgovora, te kvalitativno, kroz interpretaciju načina na koji vizualni dojam utječe na zaključivanje ispitanika.

## 6. ANALIZA REZULTATA

Rezultati pokazuju da su ispitanici često bili pod utjecajem vizualnog dojma. Najveće poteškoće pojavile su se kod procjene duljina odsječaka prikazanih u različitim geometrijskim kontekstima.

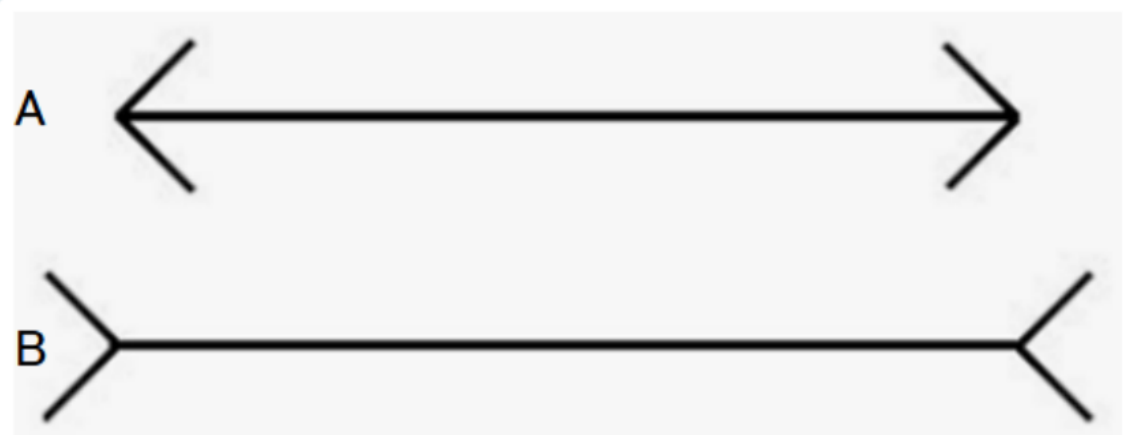
Ovo istraživanje provedeno je s ciljem procjene učeničkih znanja o geometrijskim iluzijama te ispitivanja njihove vizualne percepcije pri rješavanju geometrijskih zadataka. Poseban naglasak stavljen je na uočavanje razlika između subjektivne procjene temeljene na vizualnom dojmu i objektivnih matematičkih činjenica.

U nastavku rada slijedi analiza pojedinih zadataka i dobivenih rezultata istraživanja.

Pitanje 1.

1

Koji je odsječak dulji, odsječak A ili odsječak B?

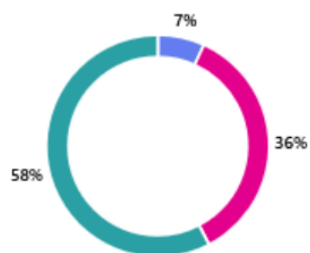


1. Koji je odsječak dulji, odsječak A ili odsječak B? (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

58 % ispitanika odgovorilo je točno na ovo pitanje.

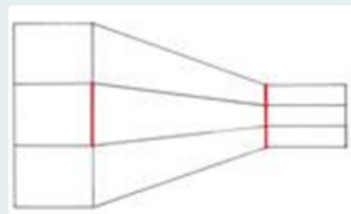
- Odsječak A 4
- Odsječak B 21
- Jednaki su. 34 ✓



## Pitanje 2.

2

Koja je od crvenih linija dulja?

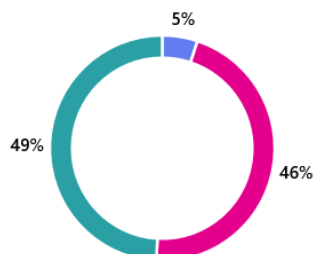


2. Koja je od crvenih linija dulja? (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

49 % ispitanika odgovorilo je točno na ovo pitanje.

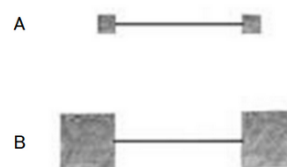
- Prva crvena linija 3
- Druga crvena linija 27
- Jednake su 29 ✓



## Pitanje 3.

3

Koji je od prikazanih odsječaka dulji?

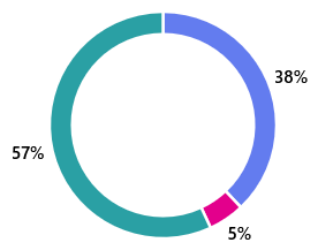


3. Koji je od prikazanih odsječaka dulji? (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

57 % ispitanika odgovorilo je točno na ovo pitanje.

- Odsječak A 22
- Odsječak B 3
- Jednaki su 33 ✓



### Pitanje 4.

4

Koji je središnji krug veći, lijevi ili desni?

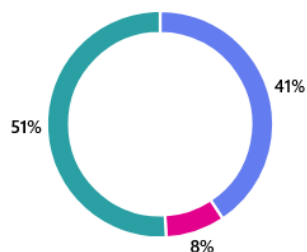


4. Koji je središnji krug veći, lijevi ili desni? (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

51 % ispitanika odgovorilo je točno na ovo pitanje.

- Lijevi 24
- Desni 5
- Jednaki su 30 ✓



### Pitanje 5.

5

Koji pravokutnik ima veću površinu?

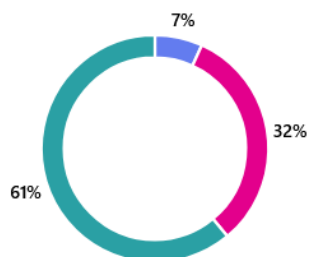


5. Koji pravokutnik ima veću površinu? (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

61 % ispitanika odgovorilo je točno na ovo pitanje.

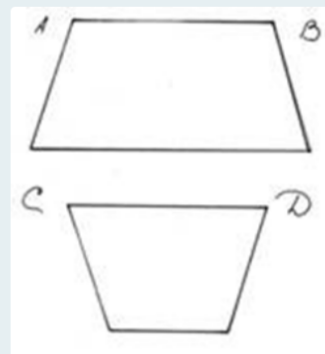
● Prvi pravokutnik	4
● Drugi pravokutnik	19
● Imaju jednaku površinu	36 ✓



### Pitanje 6.

6

Koji je odsječak dulji, AB ili CD?

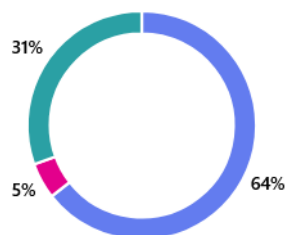


6. Koji je odsječak dulji, AB ili CD? (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

31 % ispitanika odgovorilo je točno na ovo pitanje.

● AB	38
● CD	3
● Jednakih su duljina	18 ✓



## Pitanje 7.

7

Koja je linija dulja, okomita ili vodoravna?

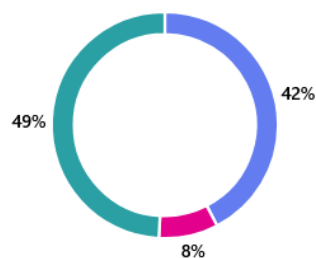


7. Koja je linija dulja, okomita ili vodoravna? (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

49 % ispitanika odgovorilo je točno na ovo pitanje.

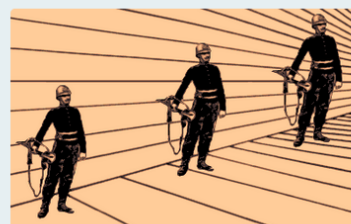
● Okomita	25
● Vodoravna	5
● Jednakih su duljina	29 ✓



## Pitanje 8.

8

Koji je vojnik najviši?

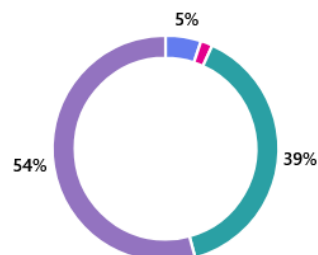


8. Koji je vojnik najviši? (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

54 % ispitanika odgovorilo je točno na ovo pitanje.

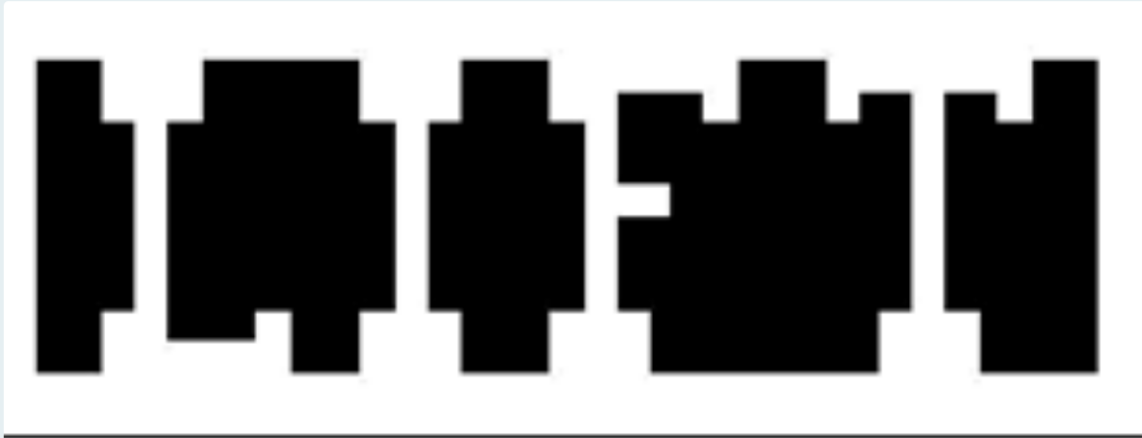
● Prvi	3
● Drugi	1
● Treći	23
● Jednakih su visina	32 ✓



## Pitanje 9.

9

Možeš li pročitati što piše na ovoj slici?



9. Možeš li pročitati što piše na ovoj slici?

43 Odgovori

ID ↑	Naziv	Odgovori
1	anonymous	Lift
2	anonymous	lift
3	anonymous	ne
4	anonymous	Lift
5	anonymous	Lift
6	anonymous	ne mogu
7	anonymous	lift
8	anonymous	LIFT
9	anonymous	Life
10	anonymous	Lift

## 7. RASPRAVA

Dobiveni rezultati potvrđuju da ljudska percepcija nije uvijek pouzdana. Matematički dokazi i mjerenja omogućuju objektivno zaključivanje neovisno o vizualnim iluzijama.

Istraživanje je potvrdilo početnu pretpostavku da vizualna percepcija pri promatranju geometrijskih prikaza nije uvijek pouzdana te da može dovesti do pogrešnih zaključaka. Iako je većina učenika u pojedinim zadacima uspješno uočila jednakost određenih duljina ili odnosa, rezultati pokazuju da se značajan postotak ispitanika ipak oslanjao isključivo na vizualni dojam, što je dovelo do netočnih procjena.

Posebno je zanimljiv primjer šestog pitanja, u kojem je velika većina učenika pogrešno zaključila da je odsječak AB dulji od odsjeka CD, iako su oni u stvarnosti jednaki. Ovaj rezultat jasno pokazuje koliko snažan utjecaj imaju geometrijske iluzije te koliko lako vizualni kontekst može zavarati promatrača.

Dobiveni rezultati ukazuju na to da učenici često pravilno prepoznaju jednostavne odnose, no kod složenijih prikaza dolazi do pogrešaka u procjeni veličina i odnosa u prostoru. Time se potvrđuje važnost primjene matematičkih aksioma, teorema i postupaka dokazivanja, koji omogućuju objektivno i točno zaključivanje neovisno o vizualnom dojmu.

Osim toga, istraživanje je pokazalo da geometrijske iluzije imaju važnu ulogu u razvoju kritičkog mišljenja jer potiču učenike da preispituju vlastite pretpostavke i ne oslanjaju se isključivo na ono što vide. Upravo kroz ovakve zadatke učenici razvijaju sposobnost razlikovanja subjektivne percepcije i matematičke stvarnosti.

## 8. PEDAGOŠKE IMPLIKACIJE

Preporučuje se korištenje geometrijskih iluzija u nastavi radi razvoja kritičkog mišljenja, logičkog zaključivanja i matematičke pismenosti.

## 9. ZAKLJUČAK

Može se reći da matematika ne stvara iluziju, već upravo suprotno, ona razotkriva iluzije koje nastaju u našoj percepciji. Time matematika postaje ključan alat za razumijevanje svijeta jer omogućuje precizno, logičko i dokazivo zaključivanje, neovisno o varljivosti ljudskih osjetila.