

ISTRAŽIVANJE: "BROJEVI"

Autorice istraživanja: Mirela Jelovina Koštroman, prof. matematike, SŠ Lovre Montija, Knin

Zlata Bilandžija, prof matematike, SŠ Ivana Meštrovića, Drniš

Školska godina: 2025./2026.

1. UVOD

Brojevi su temelj matematičkog mišljenja i sastavni dio svakodnevnog života.

Koristimo ih za brojanje, mjerenje, uspoređivanje, planiranje i donošenje odluka. Razumijevanje brojeva i njihovih svojstava predstavlja osnovu za uspješno usvajanje svih drugih matematičkih sadržaja.

Istraživanje „Brojevi“ provedeno je u sklopu kurikuluma nastave matematike s ciljem ispitivanja razine poznavanja i razumijevanja skupova brojeva, njihovih svojstava i pravila djeljivosti kod učenika. Poseban naglasak stavljen je na istraživanje matematičkih pojmova koji se rijetko obrađuju u redovnoj nastavi, poput savršenih, obilnih i manjkavih brojeva.

2. TEORIJSKI OKVIR

Teorijski okvir istraživanja temelji se na konceptima brojanog mišljenja, matematičke pismenosti, logičkog zaključivanja i rješavanja problema.

Skupovi brojeva (prirodni, cijeli, racionalni, iracionalni i realni brojevi) čine osnovu matematičkog jezika. Razumijevanje odnosa među njima omogućuje učenicima razvoj apstraktnog mišljenja i uspješnije rješavanje matematičkih problema.

Pravila djeljivosti, prosti i složeni brojevi važni su za razvoj numeričke pismenosti, dok savršeni, obilni i manjkavi brojevi predstavljaju zanimljivo područje matematičkog istraživanja koje potiče radoznalost i istraživački pristup učenju.

3. ISTRAŽIVAČKA PITANJA

- Koje skupove brojeva učenici poznaju?
 - Razlikuju li racionalne i iracionalne brojeve?
 - Poznaju li svojstva cijelih brojeva?
 - Koliko dobro razumiju pravila djeljivosti?
 - Mogu li razlikovati proste i složene brojeve?
-

- Poznaju li savršene i obilne brojeve?
- Koja područja zahtijevaju dodatno razvijanje?

4. HIPOTEZE

H1: Većina učenika poznaje osnovne skupove brojeva.

H2: Učenici bolje poznaju racionalne nego iracionalne brojeve.

H3: Pravila djeljivosti dobro su usvojena.

H4: Učenici uspješno razlikuju proste i složene brojeve.

H5: Savršeni i obilni brojevi slabije su poznati učenicima jer nisu dio kurikula nastave matematike.

5. METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA

Istraživanje je provedeno anonimnim upitnikom. U istraživanju je sudjelovalo 90 učenika. Prikupljeni podaci obrađeni su kvantitativnom i kvalitativnom analizom.

Instrument istraživanja sadržavao je pitanja o skupovima brojeva, racionalnim i iracionalnim brojevima, svojstvima cijelih brojeva, pravilima djeljivosti te posebnim vrstama brojeva.

6. ANALIZA REZULTATA

Rezultati istraživanja prikazani su i analizirani prema pojedinim istraživačkim pitanjima.

1. Koje skupove brojeva poznaješ? (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

90
Odgovori

Najnoviji odgovori
"Skup realnih brojeva"
"N,Z,Q,R"
"Q,R,N,Z"
...

Učenici uspješno razlikuju skupove brojeva, iako ih često ne navode po redosljedu. Većina njih navodi samo realne i prirodne brojeve, dok neki ponekad miješaju skupove brojeva sa svojstvima tih brojeva.

2. Navedi proizvoljan racionalan broj. (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

83
Odgovori

Najnoviji odgovori

"2.25"

"5/3"

"2/6"

...

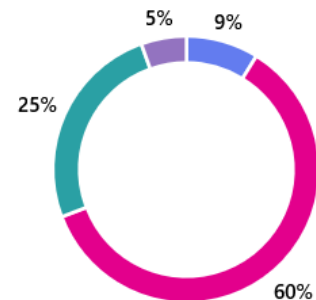
Velika većina učenika prepoznaje i navodi racionalne brojeve.

3. Koji je od sljedećih brojeva iracionalan? (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

60 % ispitanika odgovorilo je točno na ovo pitanje.

● $\frac{1}{2}$	8
● π	55 ✓
● 0.333333	23
● $\sqrt{4}$	5



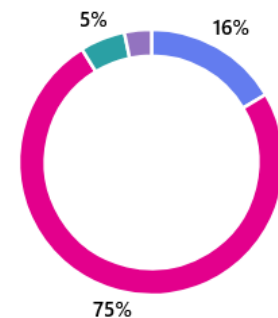
Šezdeset posto učenika uspješno prepoznaje iracionalne brojeve. Međutim, velik dio učenika zbunio se kod periodičnog decimalnog broj i pogrešno ga svrstao u iracionalne.

4. Koja je od sljedećih tvrdnji o cijelim brojevima NETOČNA? (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

75 % ispitanika odgovorilo je točno na ovo pitanje.

● Razlika dvaju cijelih brojeva je uvijek cijeli broj.	15
● Kvocijent dvaju cijelih brojeva je uvijek cijeli broj.	68 ✓
● Zbroj dvaju cijelih brojeva je uvijek cijeli broj.	5
● Umnožak dvaju cijelih brojeva je uvijek cijeli broj.	3

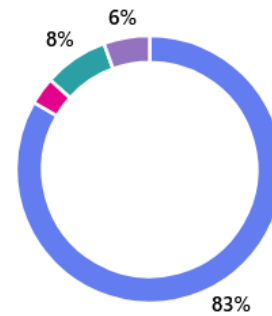


5. Kako se zove broj koji ima samo dva djelitelja, broj 1 i samog sebe? (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

83 % ispitanika odgovorilo je točno na ovo pitanje.

● Prost broj	75 ✓
● Paran broja	3
● Složen broj	7
● Neparan broj	5

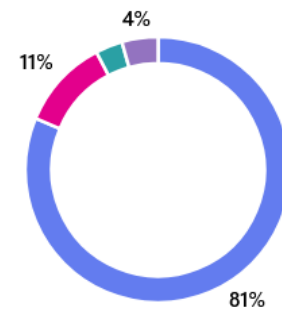


6. Koji je od sljedećih brojeva složen? (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

81 % ispitanika odgovorilo je točno na ovo pitanje.

● 21	74 ✓
● 23	10
● 17	3
● 11	4

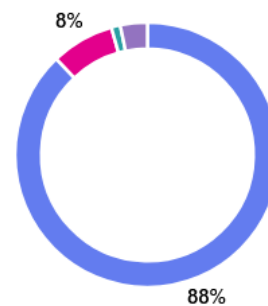


7. Koji je od sljedećih brojeva djeljiv s 3? (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

88 % ispitanika odgovorilo je točno na ovo pitanje.

● 78	80 ✓
● 55	7
● 44	1
● 62	3

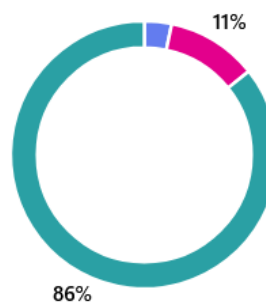


8. Koji je od sljedećih brojeva djeljiv i s 2 i s 5? (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

86 % ispitanika odgovorilo je točno na ovo pitanje.

- 12 3
- 25 10
- 30 78 ✓
- 17 0



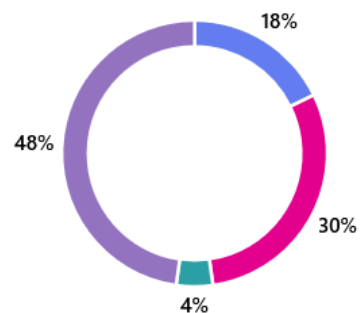
Analiza odgovora na pitanja od 4. do 8. pokazuje da učenici razumiju potrebu za proširenjem skupova brojeva, a istovremeno posjeduju solidno znanje o svojstvima brojeva i pravilima djeljivosti.

9. Što karakterizira 'savršeni' broj u matematici? (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

30 % ispitanika odgovorilo je točno na ovo pitanje.

- Svi njegovi djelitelji su neparni brojevi. 16
- Zbroj njegovih pravih djelitelja (osim samog broja) jednak je broju. 27 ✓
- Ima samo dva djelitelja: jedan i samog sebe. 4
- Zbroj svih njegovih djelitelja (uključujući sam broj) jednak je broju. 43

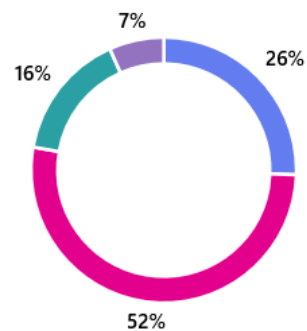


10. Koji je od navedenih brojeva 'obilan'? (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

52 % ispitanika odgovorilo je točno na ovo pitanje.

- 15 23
- 12 47 ✓
- 8 14
- 6 6



Odgovori na 9. i 10. pitanje ukazuju na to da učenicima nedostaje znanje o obilnim, manjkavim i savršenim brojevima. Takav ishod bio je očekivan, budući da se ova svojstva ne obrađuju u redovnoj nastavi.

7. RASPRAVA

Rezultati potvrđuju hipotezu da učenici posjeduju dobra temeljna znanja o brojevima i njihovim svojstvima. Posebno su uspješni u sadržajima koji se redovito obrađuju u nastavi matematike.

S druge strane, rezultati vezani uz savršene i obilne brojeve pokazuju da učenici imaju poteškoća sa sadržajima koji zahtijevaju dodatno istraživanje i nisu dio obveznog kurikulumu.

Dobiveni rezultati ukazuju na potrebu uključivanja istraživačkih aktivnosti koje će učenicima omogućiti upoznavanje matematike izvan okvira redovnog nastavnog programa.

8. PEDAGOŠKE IMPLIKACIJE

Na temelju rezultata istraživanja preporučuje se:

- uključivanje projektne nastave,
- istraživanje zanimljivih svojstava brojeva,
- povezivanje matematike s poviješću, kulturom i svakodnevnim životom,
- razvoj kritičkog mišljenja i matematičke znatiželje,
- primjena digitalnih alata u istraživanju brojeva.

9. ZAKLJUČAK

Istraživanje „Brojevi“ pokazalo je da učenici imaju dobro razvijena temeljna znanja o skupovima brojeva, pravilima djeljivosti te prostim i složenim brojevima.

Istodobno, rezultati su pokazali potrebu za dodatnim upoznavanjem manje poznatih matematičkih sadržaja poput savršenih, obilnih i manjkavih brojeva. Dobiveni podaci predstavljaju vrijednu osnovu za planiranje projektnih aktivnosti koje će učenicima omogućiti dublje razumijevanje matematike, razvoj istraživačkih kompetencija i povezivanje matematičkih sadržaja sa stvarnim životom.
