

Umjetna inteligencija u nastavi matematike

Međuškolski istraživački projekt

U istraživačkom projektu „Umjetna inteligencija u nastavi matematike“ sudjelovali su u sklopu kurikuluma nastave matematike tijekom 2. polugodišta školske godine 2022./2023. učenici Srednje škole Ivana Meštrovića Drniš i učenici Srednje strukovne škole kralja Zvonimira iz Knina.

Nositelji projekta: Zlata Bilandžija, prof. savjetnik i Marjeta Amanović, prof. mentor

Istraživački problem:

Koja i kakva znanja imamo o umjetnoj inteligenciji? Kako možemo koristiti umjetnu inteligenciju za učenje u nastavi matematike?

Pretpostavka:

Umjetnu inteligenciju možemo koristiti u nastavi matematike radi lakšeg i bržeg učenja i proširenja matematičkih znanja van okvira kurikuluma matematike.

Sažetak rada:

Svakodnevno koristimo mnogo različitih aplikacija umjetne inteligencije u našim aktivnostima. Umjetna inteligencija prodire u svaki dio našeg života, bilo da se radi o privatnom ili poslovnom aspektu. Ovim projektom učenicima smo omogućile da istraže, upoznaju i primjene digitalne alate umjetne inteligencije u nastavi matematike kako bi ih potaknuli na istraživanje svijeta oko sebe, razvijali kreativno i kritičko razmišljanje. Učenici su istražili i uočili primjenu matematike u svakodnevnom životu te lakše i spretnije pronalazili rješenja za otvorene probleme stvarnog svijeta. U ovom projektu uključile smo učenike u procese istraživačkog, višeg i znanstvenog mišljenja, povezali matematiku s drugim odgojno obrazovnim područjima. Učenici su razvijali IKT vještine, međusobnu suradnju, timski rad, učili jedni od drugih, uvažavali tuđe mišljenje. Ovim izlaganjem želimo pokazati primjere primjene umjetne inteligencije koje smo koristile ili koristimo u nastavi te ćemo pokazati kako su učenici:

- Istražili i identificirali pojam umjetne inteligencije te njezine metode i tehnike
- Istražili i identificirali digitalne alate za umjetnu inteligenciju te prednosti primjene umjetne inteligencije u nastavi matematike
- Istražili, primijenili i uočili prednosti i nedostatke korištenja umjetne inteligencije u nastavi matematike
- Primijenili digitalne alate bazirane na umjetnoj inteligenciji (Chat GPT, Photomath, Geogebra, Canva) za ostvarenju predmetnih ishoda u nastavi matematike.

Ključni pojmovi:

umjetna inteligencija, formativno vrednovanje, digitalne kompetencije, trigonometrija trokuta, geometrija prostora, poliedri i rotacijska tijela.

1. aktivnost

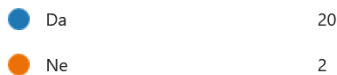
Ulazna anketa: Istražimo što je umjetna inteligencija i što znam o njoj, koristimo li je u svakodnevnom životu?

Učenici i nastavnice su popunjavali kviz u Ms Formsu kako bismo svi zajedno ustanovili u kojoj mjeri nam je poznat pojam umjetne inteligencije. Učenici su ponudili zanimljive odgovore te razmijenili svoja znanja o umjetnoj inteligenciji.

1. Jesi li upoznat s pojmom "Umjetna inteligencija" (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

Uvidi



2. Kako bi je definirao? Opiši svojim riječima ili nekim primjerom. (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

19
Odgovori

Najnoviji odgovori

"Umjetna inteligencija je sposobnost nekog uređaja da oponaša ljudske ak..."

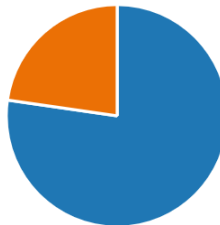
"Umjetna inteligencija bi za mene bila kao na primjer Alexa"

"Za mene je umjetna inteligencija nešto što može pomoći na raznorazne n..."

3. Koristiš li umjetnu inteligenciju u svakodnevnom životu? (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

Uvidi



4. Opiši način na koji koristiš umjetnu inteligenciju u svakodnevnom životu. (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

18
Odgovori

Najnoviji odgovori

"Koristi razne internetske tražilice, Google maps prilikom snalaženja u pros..."

"Mobiteli, mnoge aplikacije"

"Koristim ju za radio,TV,pametni telefon."

5. Koristiš li umjetnu inteligenciju u nastavi? (0 bod)

[Više pojedinosti](#)

Uvidi



6. Smatraš li da se umjetna inteligencija može primjeniti u nastavi matematike? (0 bod)

[Više pojedinosti](#)



2. aktivnost

Istraživanje digitalnih alata: Istražimo kako umjetnu inteligenciju i koje alate umjetne inteligencije možemo primijeniti u nastavi matematike

Učenici i nastavnice su rezultate svojih istraživanja upisali na Padlet ploču. U nastavku je nekoliko učeničkih odgovora. Nakon istraživanja zajedno s učenicima smo dogovarale koje ćemo digitalne alate dodatno istražiti i koristiti u nastavi matematike.

GeoGebra
Grafički kalkulator za crtanje grafova funkcija, traženje osobitih točaka, ...
Jednostavno crtajte grafove funkcija, rješavajte jednačbe, otkrijte posebne točke grafa funkcije, spremite i podijelite vaše aktivnosti. Milijuni ljudi širom svijeta koriste GeoGebru za učenje i podučavanje matematike i znanosti.
• Crtajte grafove funkcija, uključujući i funkcije zadano parametarski ili polarno
• Rješavajte jednačbe
• Iskusiite transformacije koristeći klizače
• Nadite posebne točke funkcija: nultočke, minimum, maksimum, sjecišta
• Derivirajte i integrirajte
• Pretražite besplatne aktivnosti za učenje izravno iz aplikacije
• Spremite i dijelite svoje rezultate i aktivnosti s prijateljima i učiteljima

Camera math
Camera math je pomoćnik za domaču zadaću iz matematike s riješenjima korak po korak.
Roko i Frane
SSŠMDmiš

Wolfram Alpha
Znanstvena tražilica razvijena od strane Wolfram Research. Funkcionira pomoću algoritama pokušava odgovoriti na vaš upit odnosno pitanje. U matematici ga možemo koristiti za učenje pitanja i pojava.
Luka A.
SSŠ kralja Zvonimira, Knin.

Desmos
Napredni matematički kalkulator implementiran kao web aplikacija i mobilna aplikacija napisana u Javascriptu, grafički prikazuje jednačbe, nejednakosti, popise, dijagrame, regresije, interaktivne varijable, grafove. U matematici ga možemo koristiti za lakše očitavanje grafičkih prikaza i učenja.
Matea,
SSŠKZ Knin

Kahoot
Koristi elemente učenja igrom u stvarnom vremenu. Može se koristiti u svim preglednicima. U matematici ga možemo koristiti za izradu kvizova za provjeru znanja jer podržava matematički jezik.
Pavel.D
SSŠ Kralja Zvonimira Knin

ChatGPT
sustav umjetne inteligencije koji je u vlasništvu OPEN AI. Dostupno je na webu na hrvatskom jeziku i naravno engleskom jeziku. U nastavi matematike ga možemo koristiti da bi postavili bilo koje pitanje ili kako bi nam objasnilo neku definiciju.
Luka K.
SSŠ Kralja Zvonimira Knin

Autodraw
Autodraw je digitalni alat za slikanje, pretvaranje crteža koji su nacrtani u crteže bolje kvalitete.
Alat je besplatan i možemo ga koristiti u matematici za crtanje geometrijskih tijela i likova.
D.K.
SSŠ kralja Zvonimira Knin

Sketchpad
Računalni program koji je napisao Ivan Soterland 1963. Besplatno je i služi nam za kreiranje digitalnih crteža uz pomoć raznih alata.
M.E
SSŠ kralja Zvonimira Knin

Python
Programski jezik u kojem možemo rješavati aritmetičke, logičke i relacijske zadatke uz osnove znanja o programiranju.
-Filip M., Srednja strukaovana škola kralja Zvonimira, Knin

Photomath
Mobilna aplikacija koja je opisana kao "kamera-kalkulator". Aplikaciju je
I.DŽ. SSŠ kralja Zvonimira Knin

AssemblrEdu

ChatGPT
sustav umjetne inteligencije koji je u vlasništvu OPEN AI. Dostupno je na webu na hrvatskom jeziku i naravno engleskom jeziku. U nastavi matematike ga možemo koristiti da bi postavili bilo koje pitanje ili kako bi nam objasnilo neku definiciju.
Luka K.
SSŠ Kralja Zvonimira Knin

Photomath
Mobilna aplikacija koja je opisana kao "kamera-kalkulator". Aplikaciju je izdala zagrebačka firma Microblink. Aplikacija prepoznaje rukopis i može riješiti skoro sve vrste zadataka. U nastavi matematike ga mogu koristiti kao pomoć pri učenju i pri rješavanju zadaće.
I.DŽ. SSŠ kralja Zvonimira Knin

3. aktivnost

Digitalni alati

- **Photomath**
- **Chat GPT**
- **Wolfram Alpha**
- **GeoGebra**
- **Canva**

3.1 Presentacija o digitalnoj aplikaciji Photomath

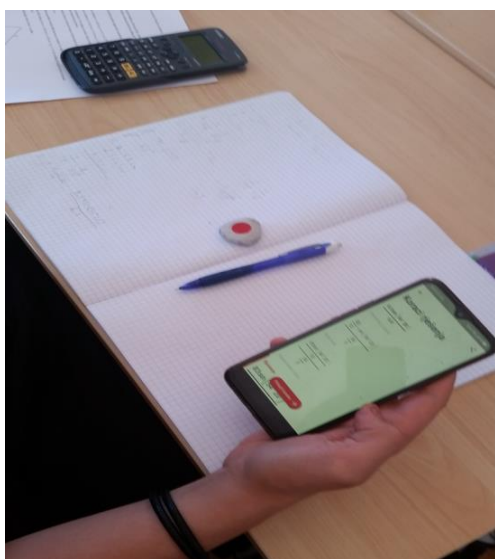
Photomath je digitalna aplikacija za učenje matematike; pomoću kamere na mobilnom uređaju aplikacija može čitati i rješavati neke matematičke probleme prikazujući korake rješenja i upute za rješavanje.

Učenici su istražili mogućnosti digitalne aplikacije Photomath i rezultate svojih istraživanja predstavili pomoću prezentacije koju su izradili u digitalnoj aplikaciji Canva koja se može koristiti za izradu grafike i prezentaciju društvenih medija ostalim učenicima.

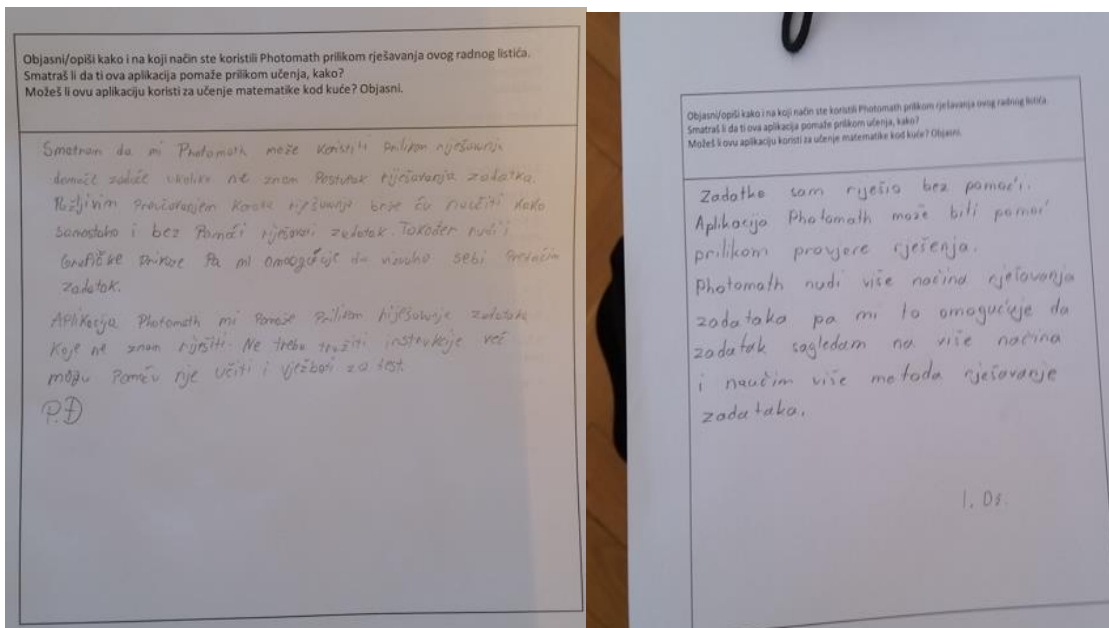


3.2. Radni listić sa zadacima

Učenici su rješavali radni list sa zadacima iz područja Trigonometrijske funkcije kutova u trokutu. Rješenja zadataka provjeravali su pomoću aplikacije Photomath.



Nakon rješavanja radnog listića učenici su trebali objasniti/opisati na koji način su koristili Photomath prilikom rješavanja radnog listića, smatraju li da im aplikacija pomaže prilikom učenja i kako, te mogu li aplikaciju koristiti za učenje matematike kod kuće.

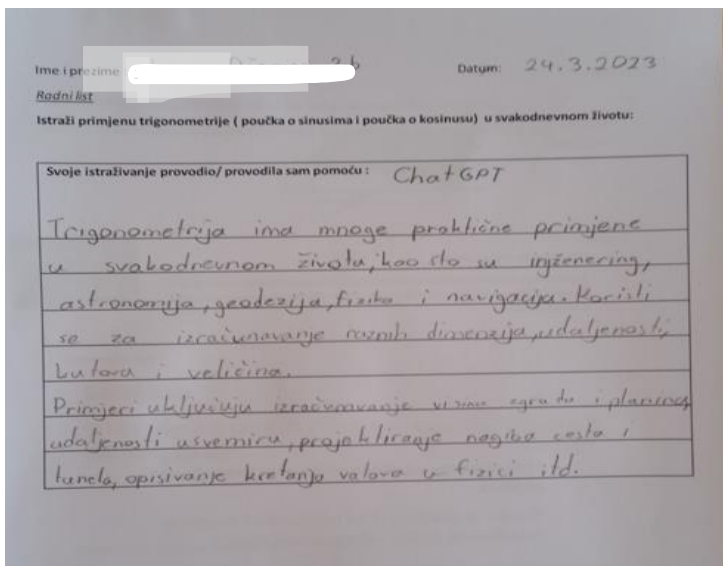
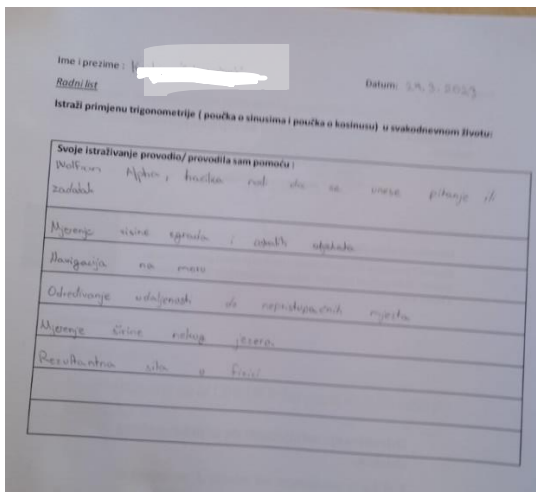


Učenici su na radnim listićima istaknuli da su pomoću aplikacije Photomath mogli proučiti više načina rješavanja zadataka, smatraju da aplikacija može biti od pomoći prilikom uvježbavanja zadataka i učenja te pripreme za ispit znanja.

3.3. Istraživači zadatak

Učenici su istražili primjenu trigonometrije (poučka o sinusima i poučka o kosinusu) u svakodnevnom životu. Rezultate svojih istraživanja zapisali su na radni list uz napomenu koje digitalne alate su koristili za svoje istraživanje.

Usmeno su obrazložili rezultate svojih istraživanja i objasnili koji im je digitalni alat bio najprikladniji za njihovo istraživanje i zašto. Za istraživanje primjene trigonometrije u svakodnevnom životu koristili su tri digitalne aplikacije: Chat GPT-sustav umjetne inteligencije za stvaranje teksta, Wolfram Alpha- znanstvena tražilica, i edutorij.e-skole.hr- repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja koji omogućuje objavu, pristup, pohranu i razmjenu digitalnih obrazovnih sadržaja.



3.4 . Modeliranje zadataka

Nakon provedenog istraživanja učenici su u paru/timu modelirali zadatke u kojima će pokazati primjenu trigonometrije u svakodnevnom životu. U zadacima modeliranja razvijali su i jačali geometrijske ideje te razvijali svoje sposobnosti za istraživanje i rješavanje problema.

Kroz ovaj zadatak učenici su :

- koristili digitalnu tehnologiju za učinkovitije rješavanje problema
- koristili različite izvore s interneta za modeliranje zadataka
- modelirali zadatke primjenom poučka o sinusu i kosinusu
- koristili program GeoGebra tijekom modeliranja i rješavanja problema
- razvijali kritički odnos prema rezultatima
- procijenili svoj i rad drugih učenika

Radovi učenika uvezani su u digitalnu knjigu: <https://bit.ly/3R97odH>

4. aktivnost

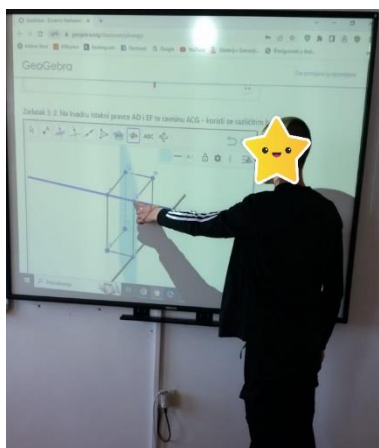
Digitalni alati

- **Chat GPT**
- **Geogebra**
- **Canva**

4.1 GeoGebra razred

Program GeoGebra je dinamičan i interaktivan računalni program koji podržava razne dijelove matematike kao što su geometrija, stereometrija, algebra, proračunske tablice, statistika, infinitezimalni račun i drugo, koji su međusobno povezani u programu. Program je besplatan i dostupan na hrvatskom jeziku. Omogućuje odličnu vizualizaciju matematičkih koncepata kao i brzo i točno rješavanje složenih problema i postaje nezaobilazan digitalni alat u nastavi matematike.

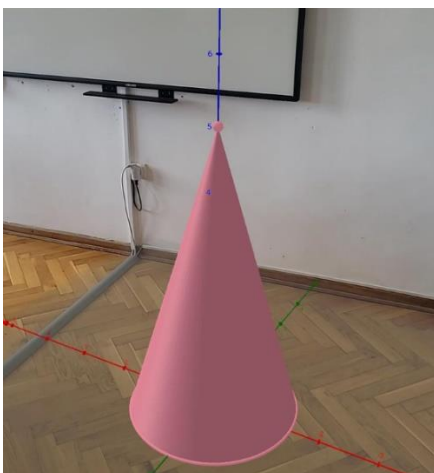
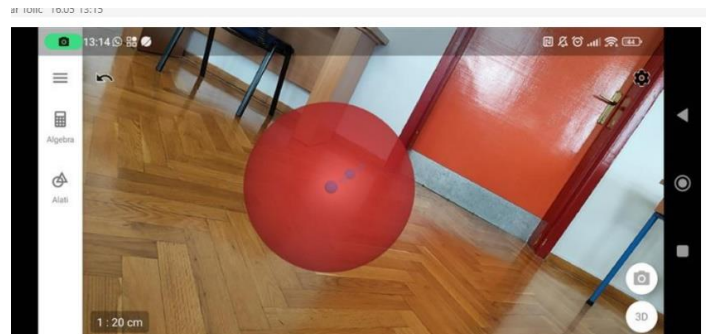
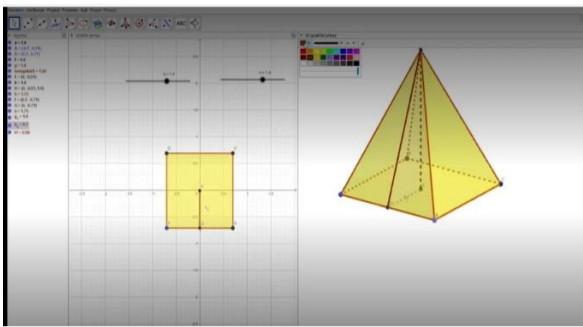
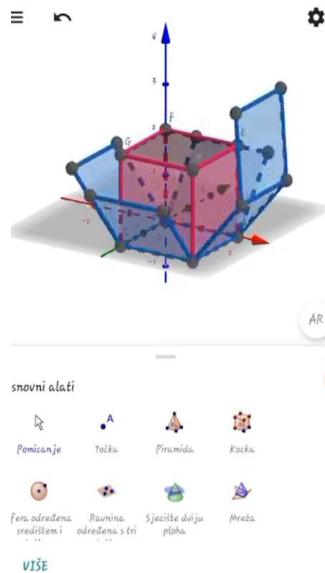
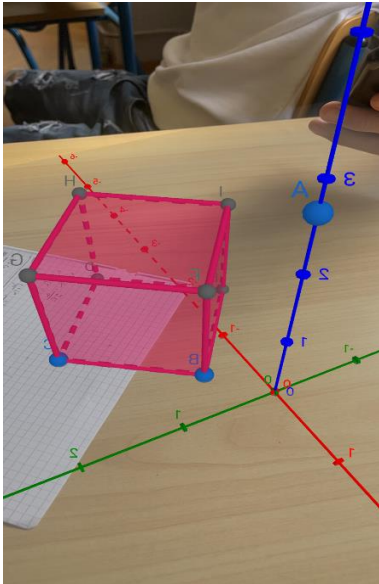
Učenici su u aktivnosti koju smo za njih pripremile u Geogebra razredu istražili temeljne pojmove geometrije: točku, pravac i ravninu te analizirali i objašnjavali njihove međusobne položaje. Ovakav način rada i poučavanja u virtualnom razredu nama nastavnicama omogućio je zajedničko stvaranje i uređivanje GeoGebrinih materijala, postavljanje zadataka za učenike i upravljanje zadacima, vrednovanje izvršenih zadataka i davanje povratnih informacija tj. praćenje rada učenika. Kod učenika smo poticale međusobnu suradnju, razmjenu ideja i radova, te raspravu o njima.

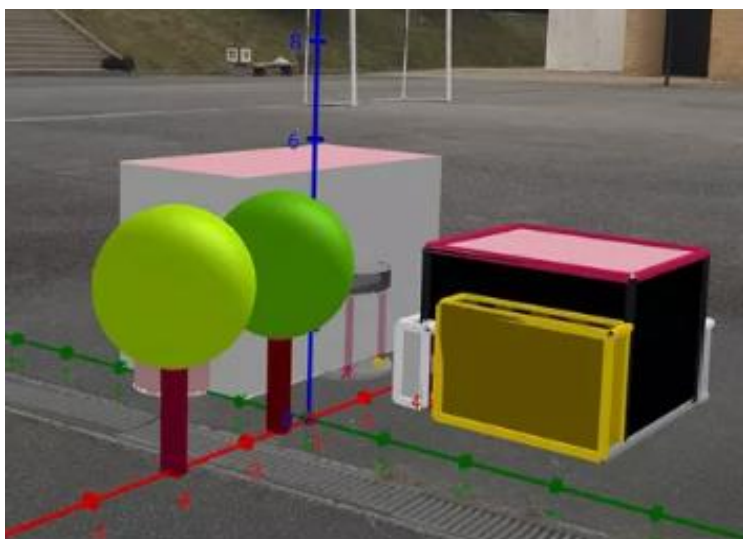


4.2. GeoGebra 3D

Učenici su istražili mogućnosti GeoGebra 3D kalkulatora koji je besplatni digitalni alat za crtanje 3D funkcija, prikazivanje ploha, konstruiranje geometrijskih tijela, istraživanje raznih objekata, vizualizaciju rotacije itd.

Učenici su pomoću besplatnog mrežnog crtača 3D iz GeoGebre istražili osnovne dijelove geometrijskih tijela te njihove odnose i svojstva, povezali geometrijska tijela s njihovim prikazima u ravnini, naučili crtati geometrijska tijela i njihove mreže, provjeravali rješenja zadataka prilikom računanja elemenata geometrijskih tijela (duljina bridova i prostornih dijagonala, obujma, oplošja, polumjera baze). Ovakav način rada učenicima je omogućio brže učenje i ovladavanje matematičkim pojmovima.





4.3. Engleski jezik i Matematika

Cilj ove aktivnosti bio je da učenici pomoću raznih digitalnih aplikacija za učenje Engleskog jezika usvoje matematičke pojmove na engleskom jeziku. Učenici su modelirali zadatke na temu Poliedri i rotacijska tijela na engleskom jeziku. Zadatke su zatim preko digitalne aplikacije Ms Teams slali učenicima druge škole koji bi ih potom rješavali. Organizirani su virtualni sastanci učenika na kojima su učenici razmijenili svoja znanja.

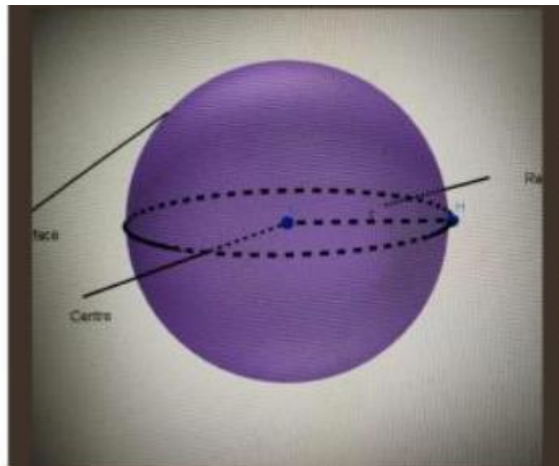
A cylinder of radius 1 cm is placed inside a rectangular prism with a width of 2 cm, a length of 4 cm, and a height of 7 cm.

a) Find the surface area of the rectangular prism.
b) Find the volume of the pink region.

Prisms whose opposite faces are congruent and parallel to each other and all faces are rectangular regions are called rectangular prisms. A rectangular prism has 6 faces. The feature that distinguishes the rectangular prism from other prisms is that all its faces are rectangular.

A rectangular prism of width a , length b and height c .

Surface area	$2(a.b+a.c+b.c)$
Volume	$a.b.c$



The geometric location of points equidistant from a point in space is called the sphere surface. The object bounded by the surface of the sphere is called a sphere. The fixed point is called the center of the sphere, and the distance from the center to the surface of the sphere is called the radius of the sphere.

SPHERE

TYPE	Sphere
FACES	Sphere has 1 face
EDGE	The sphere has no edges
CORNER	Sphere has no corners
SURFACE AREA	$4\pi r^2$
VOLUME	$\frac{4}{3}\pi r^3$

The sphere with the largest volume that can be placed inside a square prism with a volume of 72 cm^3 and a height of 8 cm ;

a) What is the surface area?
b) What is its volume? ($\pi=3$)



4.4. Kviz u Testmozu izrađen pomoću aplikacije ChatGPT

Učenici Srednje škole Ivana Meštrovića Drniš izradili su pomoću aplikacije Chat GPT kviz u Testmozu za učenike Srednje strukovne škole kralja Zvonimira Knin na temu Poliedri i rotacijska tijela. Chat GPT je sustav umjetne inteligencije koji je u ovoj aktivnosti učenicima služio kao pomoć za postavljanje i oblikovanje pitanja i zadataka vezanih za računanje elementa geometrijskih tijela (duljina bridova i prostornih dijagonala, volumena i oplošja, polumjera baze). Učenici su istakli da iako je Chat GPT bio od pomoći prilikom sastavljanja pitanja, smatraju da su zadaci koji sami sastave kreativniji, raznolikiji te pokrivaju veći dio ishoda koje učenici usvajaju. Chat GPT se bazirao na isti tip zadatka te je često imao netočne postavke koje je trebalo mijenjati i prilagođavati.

5. aktivnost

Izlazna anketa: **Kako umjetna inteligencija utječe na učenje i poučavanje?**

Izlazna anketa provedena je kao rasprava između učenika i nastavnika na obje škole.

Doneseni su sljedeći zaključci:

- Brzi razvoj umjetne inteligencije nameće njenu sveprisutnost u našim svakodnevnim životima te je donio značajne promjene u načinu na koji ljudi komuniciraju s računalima i tehnologijom.
- Umjetnu inteligenciju u nastavi potrebno je usmjeriti prema učenicima tako da ona postane sredstvo pomoću kojeg će učenici istraživati, raditi u timu, osnaživati svoje digitalne kompetencije i učiti matematiku.
- Potrebno je provesti edukacije nastavnika kako bi uporaba umjetne inteligencije u nastavi bila transparentna i pravična.
- Želimo istaknuti kako je EU donijela AI Act koji je predloženi regulatorni okvir razvijen za upravljanje korištenjem umjetne inteligencije u Europi. Zakon definira određene sustave umjetne inteligencije kao "visokorizične" jer se smatra da imaju potencijal naštetiti pojedincima ili društvu u cjelini.
- Sustavi umjetne inteligencije koji se koriste u svrhu ocjenjivanja djece posebno su identificirani kao visokorizični jer mogu utjecati i odrediti pristup obrazovanju i profesionalni tijek života učenika.
- Osim toga, sustavi umjetne inteligencije koji mogu imati značajan utjecaj na kognitivni, emocionalni i društveni razvoj djece također se smatraju visokorizičnima.
- Učenici naših škola smatraju da umjetna inteligencija ne može zamijeniti nastavnika/nastavnicu u učionici.

Literatura:

1. <https://www.europeanschoolnetacademy.eu/courses/course-v1:CodeWeek+AI+2021/about>
Tečajevi : Unlocking the Power of AI in Education
Digital Literacy and Online Safety
AI Basics for Schools
2. <https://ema.e-skole.hr/>
Tečaj: Webinar: Umjetna inteligencija - primjena u obrazovanju
3. <https://www.schooleducationgateway.eu/hr/pub/resources/tutorials/ai-in-education-tutorial.htm>