

IV. 2. Derivacija funkcije i primjena. (vježba)

Viša razina

1. Deriviraj funkcije:

a) $f(x) = -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 4$ $(f'(x) = -x^2 + x)$

b) $f(x) = (x^2 + 2x + 2)(x + 2)$ $(f'(x) = 3x^2 + 8x + 6)$

c) $f(x) = (x^2 + 5x + 1)(x^2 - 3x + 5)$ $(f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 18x + 22)$

d) $f(x) = \frac{1+2x}{3-2x}$ $(f'(x) = \frac{8}{(3-2x)^2})$

e) $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$ $(f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2})$

f) $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$ $(f'(x) = \frac{2x}{(1-x^2)^2})$

g) $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$ $(f'(x) = \frac{-2x}{(2x-1)^2})$

h) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1+x}$ $(f'(x) = \frac{x-1}{2\sqrt{x}(1+x)^2})$

i) $f(x) = \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$ $(f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}(1-\sqrt{x})^2})$

j) $f(x) = \frac{\pi}{x} + e^3$ $(f'(x) = -\frac{\pi}{x^2})$

k) $f(x) = 2x - \operatorname{tg} x + 1$ $(f'(x) = 2 - \frac{1}{\cos^2 x})$

2. Deriviraj složene funkcije:

a) $f(x) = (2x - 3)^3$ $(f'(x) = 6(2x - 3)^2)$

b) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$ u točki $x_0 = 3$ $(f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}}; f'(3) = \sqrt{3})$

c) $f(x) = \cos 3 + e^{3x}$ u točki $x_0 = 1$ $(f'(x) = 3e^{3x}; f'(1) = 3e^3)$

d) $f(x) = e^{-x^2}$ $(f'(x) = -2xe^{-x^2})$

e) $f(x) = \cos 2x$ $(f'(x) = -2 \sin 2x)$

f) $f(x) = \frac{3}{(2-x)^5}$ $(f'(x) = \frac{9}{(2-x)^4})$

g) $f(x) = \frac{1}{\ln x} + \ln x$ u točki $x_0 = e$ $(f'(x) = \frac{1}{x} \left(1 - \frac{1}{\ln^2 x}\right); f'(e) = 0)$

3. Odredite jednadžbu tangente na krivulju u točki sa zadanom apscisom:

a) $f(x) = 2x^2 - x - 2, x_0 = 1$ $(y = 3x - 4)$

b) $f(x) = \sqrt{2x} + 1, x_0 = 2$ $(y = \frac{1}{2}x + 2)$

c) $f(x) = x^3 - 3x^2, x_0 = 2$ $(y = -4)$

d) $f(x) = e^x + 1, x_0 = 0$ $(y = x + 2)$

e) $f(x) = \cos 2x, x_0 = \frac{\pi}{4}$ $(y = -2x + \frac{\pi}{2})$

4. U kojim je točkama na grafu funkcije tangenta paralelna sa zadanim pravcem:

a) $f(x) = x^3 - x, \operatorname{pravac} y = 2x$ $((-1; 0); (1; 0))$

Acta est fabula. Igra je dovršena.

b) $f(x) = x^2 - 3x + 2$, pravac $2x + y = 5$ $(\frac{1}{2}; \frac{3}{4})$

c) $f(x) = x^3 + x - 2$, pravac $y = 4x + 2$ $((-1; -4); (1; 0))$

5. Odredite intervale rasta i pada funkcija, odredite vrstu ekstrema:

a) $f(x) = x^2 - 10x + 9$ $(y_{min} = -16, x = 5)$

b) $f(x) = x^3 + 9x - 1$ (rastuća, nema ekstrema)

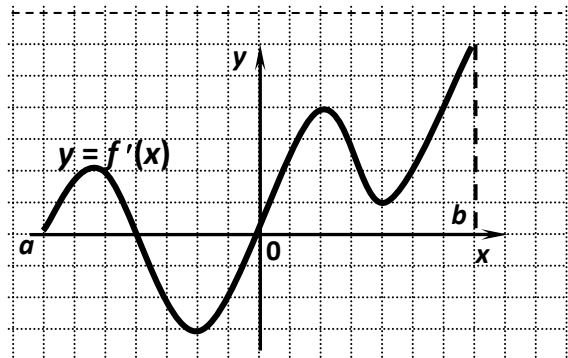
c) $f(x) = x^3 + x^2 - 8x + 1$ $(y_{max} = 13, x = -2; y_{min} = -5\frac{14}{27}, x = \frac{4}{3})$

d) $f(x) = x^2 e^{-x}$
 $(y_{max} = \frac{4}{e^2}, x = 2; y_{min} = 0, x = 0)$

e) $f(x) = x(x + 1)^3$
 $(x = -\frac{1}{4})$

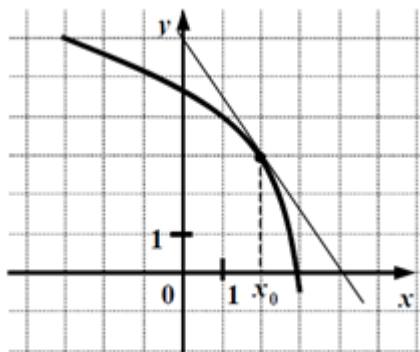
f) $f(x) = x + \frac{1}{x}$ (raste: $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$; pada: $x \in (-1; 0) \cup (0; 1)$)

6. Funkcija $y = f(x)$ definirana je na intervalu $[a; b]$. Na slici je prikazan graf derivacije zadane funkcije $y = f'(x)$. Odredite broj intervala na kojima je funkcija rastuća. (2)



7. Na slici je prikazan graf funkcije $y = f(x)$ i njegova tangenta u točki s apscisom x_0 . Odredite vrijednost derivacije zadane funkcije u točki x_0

$(-\frac{3}{4})$



Sastavila: Olga Nerlović

Acta est fabula. Igra je dovršena.

8. Na slike je prikazan graf funkcije $y = f(x)$ i njegova tangenta u točki s apscisom $x_0 = 3$. Odredite vrijednost derivacije zadane funkcije u točki $x_0 = 3$. (2)

